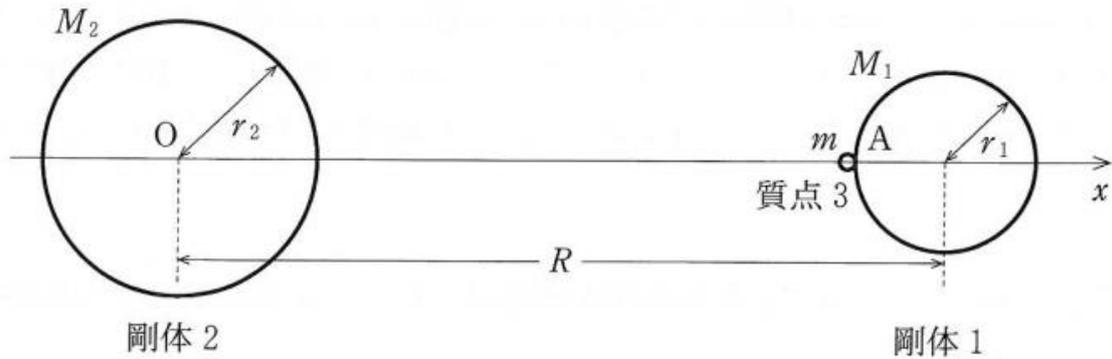


【10-1：熊本大学 2014 第一問】

下図のように、中心が x 軸上にある球型の剛体1, 剛体2と質点3がある。質点3は剛体1に表面上の点Aで接している。ここで、剛体1と剛体2は一樣での半径をそれぞれ r_1, r_2 、質量をそれぞれ M_1, M_2 とする。質点3の質量 m は M_1 よりも十分小さいとする。また、 M_2 は M_1 に比べて十分大きく、剛体2は原点Oに静止し続け、剛体1と質点3は万有引力の作用を受けながらともに剛体2に接近していく。万有引力定数を G とし、すべての回転運動はないものとして、以下の問いに答えよ。ただし、答えはすべて $G, M_1, M_2, m, R, r_1, r_2$ のうち必要なものを用いて表せ。



(問1) 剛体1は剛体2からの万有引力によって、剛体2に向かって加速度直線運動を行っている。2つの剛体の中心間の距離 R が、 $r_1 + r_2 < R$ のとき、剛体1が剛体2から受ける万有引力の x 成分 F と、生じた加速度の x 成分 a を求めよ。ただし、剛体1と剛体2が及ぼし合う万有引力は、剛体1および剛体2の中心にそれぞれ全質量が集まった場合の万有引力に等しいことを留意せよ。

(問2) 剛体1に立つ観測者から見たとき、質点3から受ける慣性力の x 成分を求めよ

(問3) 質点3が剛体1および剛体2から受ける万有引力の x 成分をそれぞれ求めよ。

(問4) 質点3が剛体1からの万有引力によって点Aで接したままのとき、剛体1から質点3に働く垂直抗力の x 成分 N を求めよ。また、 r_1 が R に比べて十分小さいとき、垂直抗力 N を近似的に表せ。ここで必要ならば、 $|x|$ が1よりも十分小さいときに当てはまる次の式を用いてもよい (n は実数)。

$$\frac{1}{(1+x)^n} = 1 + nx$$

(問5) 次に、剛体1と質点3は剛体2に接近し続け、 $R = R_c$ に達した時に、質点3が剛体1から離れ始めた。このとき、 r_1 が R_c に比べて十分小さいとして、 R_c を求めよ。

【10-2：東京工業大学 2005 第一問】

図 1 のように、支点 O に一端が固定された長さ R のひもに、質量 m のおもりが取り付けられている。支点 O を通る鉛直線上、 O から距離 $R - r$ の位置に釘 N がある。おもりが右側に振れると、図 2 のようにひもが釘に引っかかる。ただし、 $0 < r < R/2$ である。

おもりを、ひもがたるまないように鉛直線 ON の左側で静止させる。この時、ひもと鉛直線のなす角を θ_0 とする。この状態で静かに手を離し、おもりを自由に運動させる。ひもの質量、釘とおもりの大きさは無視でき、支点 O や釘 N を含めて摩擦はないと仮定する。重力加速度の大きさを g として、次の問いに答えなさい。

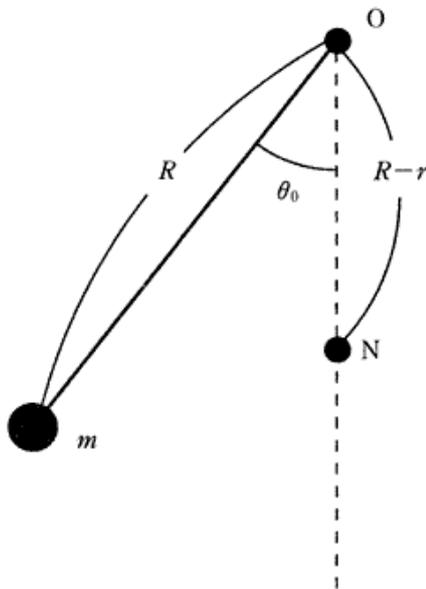


図 1

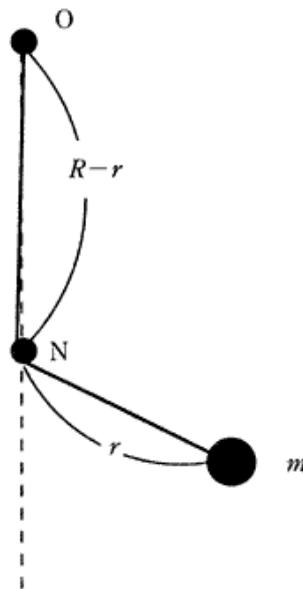


図 2

- 問 1 角 θ_0 が非常に小さい時、このおもりが初めて元の位置に戻るまでの時間を求めよ。
- 問 2 一般の（小さいとは限らない）角 θ_0 を考える。手を離してから、おもりが運動し、釘 N の真下に来るまで、ひもはたるまないものとする。おもりが釘 N の真下まで来て、ひもが釘 N に接触する直前と接触した直後のそれぞれについて、支点 O がひもから受ける力の大きさを求めよ。
- 問 3 $r = R/8$ 、 $\theta_0 = \pi/3$ の場合を考える。おもりが釘 N の右側で、釘 N と同じ高さに達した時、釘がひもから受ける力の向きと大きさを求めよ。
- 問 4 $\theta_0 = \pi/3$ の場合を考える。ひもがたるまないまま、おもりが釘 N のまわりを一回転するとき、 r が満たす条件を求めよ。ただし、おもりとひもは衝突しないものとする。

【10-3：京都大学 2005 第一問】

図1のように、水平な地表面上に敷かれたレール上を電車が一定の速さ V で動いているとする。このレールは、点 Q の手前で点 O を中心とする半径 R の円弧状であり、点 Q の先では点 Q で円弧に接する直線状になっている。レールの幅、電車の幅、長さ、高さはいずれも R に比べて非常に小さいとする。重力加速度の大きさを g 、空気抵抗はないものとする。

電車が円弧状のレール上を走っている時の小物体の運動について考える。

- (1) このとき、図2のように、電車の天井の点 S から質量が無視できる長さ d の糸でつるされた質量 m の小物体は、車内の観測者からみて静止していた。図2中の点 A^* は電車が動いていないときの小物体の静止位置である。車内の観測者には、おもりにほどれくらい大きさの遠心力 f が働いているように見えるか。また、糸が鉛直面 SA となす角を θ としたときの $\tan\theta$ の値はいくらか。それぞれ求めよ。
- (2) 車内の観測者からみて小物体には常に重力と遠心力の合力が働くので、あたかも重力加速度の方向と大きさが変化したように見える。この見かけの重力の大きさ g' の値を求めよ。
- (3) 小物体を点 A^* から、車内の観測者からみて速さ u で電車の進行方向に押し出した。この後、小物体は車内の観測者から見て円運動をした。この円運動の半径を d と θ を用いて表せ。また、円運動する小物体の速さ u と周期 T も求めよ。

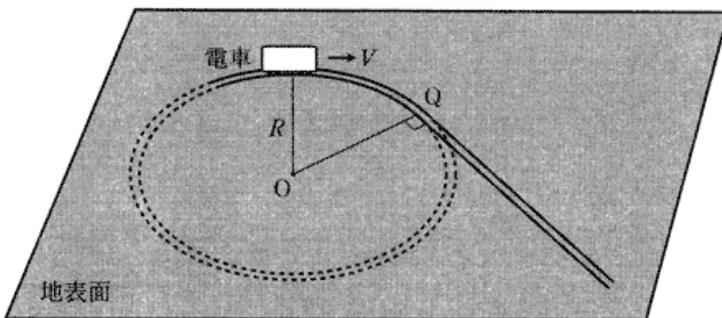


図1

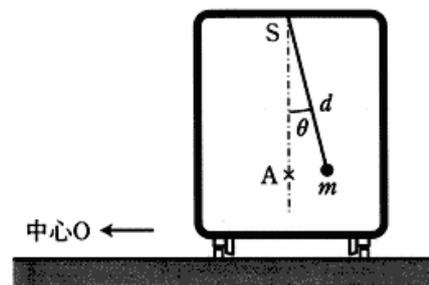


図2